L1S2, Analyse 2, CUPGE.

Contrôle continu du 12 avril 2023, **?? min.**.

L'utilisation de documents, téléphones, tablettes, calculettes ou d'objets connectés est interdite. En cas de présence, ces objets doivent être éteints et rangés dans un sac.
Interrogation notée sur **10**, le barème est indicatif.

Exercice 1. : 7 pts. Justifier toute réponse.

1. Soit $f_1 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par, pour $x \in \mathbb{R}$,
$$f_1(x) \;=\; \frac{3x^3 \,+\, 1}{-4x^4 \,+\, x^2 \,+\, 1}\,.$$
La fonction f_1 a-t-elle une limite en $+\infty$? Si oui, la déterminer.

2. Soit $f_2 : \mathbb{R} \setminus \{2\} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par, pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$,
$$f_2(x) \;=\; \frac{x^3 \,-\, 11}{(x \,-\, 2)^2}\,.$$
La fonction f_2 a-t-elle une limite en 2 ? Si oui, la déterminer.

3. Soit $f_3 : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par, pour $x \in \mathbb{R}^*$,
$$f_3(x) \;=\; x \,\cdot\, \cos\bigl(1/x^3\bigr)\,.$$
La fonction f_3 a-t-elle une limite en 0 ? Si oui, la déterminer.

4. Soit $f_4 : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par, pour $x \in \mathbb{R}^*$,
$$f_4(x) \;=\; \cos\bigl(3/x\bigr)\,.$$
La fonction f_4 a-t-elle une limite en 0 ? Si oui, la déterminer.

Exercice 2. : 3 pts.
Montrer, en n'utilisant que la définition de limite ou une de ses formulations équivalentes, que
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{1+x} \;=\; 1\,.$$