

calculis 4.

15

Déterminer : $\int^u \ln(t) dt$ sur $I \subset \mathbb{R}^{+*}$

$$\int^u \ln(1+t^2) dt \text{ sur } I \subset \mathbb{R}.$$

sur $I \subset \mathbb{R}^{+*}$, comme $\ln \in C^1$,

$$\int^u \ln(t) dt = \int^u (t)' \ln(t) dt = [t \ln(t)]^u - \int^u t \times \frac{1}{t} dt$$

$$= u \ln u - \int^u 1 dt = u \ln u - u + K.$$

sur $I \subset \mathbb{R}^{+*}$, comme $t \mapsto \ln(1+t^2) \in C^1$,

$$\int^u \ln(1+t^2) dt = \int^u (t)' \ln(1+t^2) dt = [t \ln(1+t^2)]^u - \int^u t \frac{1}{1+t^2} \times 2t dt$$

$$= u \ln(1+u^2) - 2 \int^u \frac{t^2}{1+t^2} dt = u \ln(1+u^2) - 2 \int^u \frac{t^2+1-1}{1+t^2} dt$$

$$= u \ln(1+u^2) - 2 \int^u 1 dt + 2 \int^u \frac{dt}{1+t^2} = u \ln(1+u^2) - 2u + 2 \operatorname{Arctan}(u) + K.$$

Ex. 2.6.

sur $I \subset]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$.

$$\int^u t \tan^2(t) dt = \int^u t(1 + \tan^2 t - 1) dt = \int^u t + (t \tan(t))' dt - \int^u t dt$$

$$= [t \tan(t)]^u - \int^u \tan(t) \times 1 dt - \left[\frac{t^2}{2} \right]^u$$

$$= u \tan(u) - \frac{u^2}{2} + \int^u \frac{\cos'(t)}{\cos(t)} dt = u \tan(u) - \frac{u^2}{2} + \ln(\cos(u)) + K.$$

sur $I \subset \mathbb{R}^{+*}$,

$$\int^u \frac{1+t}{t^4(1+t+t^2)} dt = \int^u \frac{1+t+t^2}{t^4(1+t+t^2)} dt - \int^u \frac{t^2}{t^4(1+t+t^2)} dt$$

$$= \int^u \frac{1}{t^4} dt - \int^u \frac{1}{t^2(1+t+t^2)} dt = \left[-\frac{1}{3t^3} \right]^u - \int^u \frac{1+t+t^2}{t^2(1+t+t^2)} dt = \left[-\frac{1}{3t^3} \right]^u - \int^u \frac{1+t+t^2}{t^2(1+t+t^2)} dt$$

on peut aussi utiliser la décomposition en éléments simples.

$$= -\frac{1}{3t^3} - \int^u \frac{1}{t^2} dt + \int^u \frac{1+t}{t(1+t+t^2)} dt = -\frac{1}{3t^3} - \int^u \frac{1}{t^2} dt + \int^u \frac{1+t}{t(1+t+t^2)} dt$$

$$= -\frac{1}{3t^3} + \frac{1}{t} + \left[\ln|t| \right]^u - \int^u \frac{t}{1+t+t^2} dt = -\frac{1}{3t^3} + \frac{1}{t} + \ln|t| - \int^u \frac{t}{1+t+t^2} dt$$

$$= -\frac{1}{3t^3} + \frac{1}{t} + \ln|t| - \frac{1}{2} \left[\ln(1+t+t^2) \right]^u - \frac{1}{2} \int^u \frac{2t}{1+t+t^2} dt$$

✓ 26

$$\frac{d'(r)dt}{\phi(r)^2 + 1}$$

$$(a) \frac{dy}{x^2 + 1}$$

$$\frac{(17)h + v}{(17)h - v} \cdot q'(17)h$$

$$\frac{1-\sqrt{e}}{1+\sqrt{e}} \times \frac{1}{2\sqrt{e}}$$

(2) δ

2 pp.

$+K.$

suppl.)

12

$$\frac{1}{20} L^{\frac{2}{2}}$$